

SCOMPOSIZIONE DI UN POLINOMIO IN FATTORI

BINOMI

DIFFERENZA DI POTENZE	n PARI	$a^n - b^n = (a^{n/2} + b^{n/2})(a^{n/2} - b^{n/2})$
		$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$ $9x^2 - 25y^4 = (3x + 5y^2)(3x - 5y^2)$ $16a^4 - 1 = (4a^2 + 1)(4a^2 - 1) = (4a^2 + 1)(2a + 1)(2a - 1)$ $x^6 - y^6 = (x^3 - y^3)(x^3 + y^3) = \dots\dots\dots$
	n DISPARI	$a^n - b^n = (a - b)(a^{n-1} + a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 + \dots + ab^{n-2} + b^{n-1})$
		$a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$ $a^5 - b^5 = (a - b)(a^4 + a^3b + a^2b^2 + ab^3 + b^4)$ $8x^3 - 1 = (2x - 1)(4x^2 + 2x + 1)$

SOMMA DI POTENZE	n PARI	$a^n + b^n$	NON È SCOMPONIBILE
		$a^2 + b^2$	$16x^4 + 9y^2$ $a^6 + b^{12}$
	n DISPARI	$a^n + b^n = (a + b)(a^{n-1} - a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 - \dots - ab^{n-2} + b^{n-1})$	
		$a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$ $a^5 + b^5 = (a + b)(a^4 - a^3b + a^2b^2 - ab^3 + b^4)$ $27x^3 + 1 = (3x + 1)(9x^2 - 3x + 1)$	

TRINOMI

QUADRATO DI UN BINOMIO	$a^2 \pm 2ab + b^2 = (a \pm b)^2$
	<p>Individua 2 quadrati concordi poi verifica che il terzo monomio sia il doppio prodotto ..</p> <p>$4a^2 + 4a + 1 = (a + 1)^2$</p> <p>$9x^2 - 24xy + 16y^2 = (3x - 4y)^2$</p> <p>$-25a^4 + 20a^2b - 4b^2 = -(5a^2 - 2b)^2$</p>

TRINOMIO DI 2° GRADO a=1	$x^2 + sx + p = (x + a)(x + b) \quad s = a + b \quad p = a \cdot b$
	<p>Trova 2 monomi che abbiano somma s e prodotto p</p> <p>$x^2 - 5x + 6 = (x - 3)(x - 2) \quad s = (-3) + (-2) \quad p = (-3) \cdot (-2)$</p> <p>$a^2 - ab - 12b^2 = (a - 4b)(a + 3b) \quad s = (-4b) + (+3b) \quad p = (-4b)(+3b)$</p>

TRINOMIO DI 2° GRADO (a≠1)	$ax^2 + bx + c = \quad b = b_1 + b_2 \quad a \cdot c = b_1 \cdot b_2$ $ax^2 + b_1x + b_2x + c = \dots \quad \text{poi raccoglimento parziale}$
	<p>Trova 2 monomi che abbiano somma b e prodotto ac</p> <p>$2x^2 + 5x - 3 = \quad b = (+6) + (-1) \quad a \cdot c = -6 = (+6) \cdot (-1)$</p> <p>$= 2x^2 + 6x - 1x - 3 = 2x(x+3) - 1(x+3) = (x+3)(2x-1)$</p> <p style="text-align: center;"> $\xrightarrow{\text{raccoglimento parziale}}$ </p> <p>$3x^2 - 7xy + 4y^2 = \quad b = (-3y) + (-4y) \quad a \cdot c = +12 = (-3y) \cdot (-4y)$</p> <p>$= 3x^2 - 3xy - 4xy + 4y^2 = 3x(x-y) - 4y(x-y) = (x-y)(3x-4y)$</p> <p style="text-align: center;"> $\xrightarrow{\text{raccoglimento parziale}}$ </p>

QUADRINOMI

CUBO DI UN BINOMIO	$a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3 = (a \pm b)^2$ <p>Individua 2 cubi poi verifica che gli altri 2 monomi siano i tripli prodotti</p> $8a^3 + 12a^2 + 6a + 1 = (2a + 1)^3$ $x^3 - 9x^2y + 27xy^2 - 27y^3 = (x - 3y)^3$ $27a^6 - 54a^4b + 36a^2b^2 - 8b^3 = (3a^2 - 2b)^3$
RACCOGLIMENTO PARZIALE (2+2)	$ax + ay + bx + by = a(x + y) + b(x + y) = (x + y)(a + b)$ <p>Esegui un raccoglimento tra binomi poi verifica di poter raccogliere un binomio</p> $10ax - 4ay + 15bx - 6by = 2a(5x - 2y) + 3b(5x - 2y) = (5x - 2y)(2a + 3b)$ $a^2x^2 - bx^2 + a^2 - b = x^2(a^2 - b) + 1(a^2 - b) = (a^2 - b)(x^2 + 1)$ $15a^3 - 7b - 5a^2 + 21ab^2 = 5a^2(3a - 1) + 7b^2(3a - 1) = (3a - 1)(5a^2 + 7b^2)$
DIFFERENZA DI QUADRATI (3+1)	$(a^2 \pm 2ab + b^2) - c^2 = (a \pm b + c)(a \pm b - c)$ <p>Individua un quadrato di binomio e verifica che il quarto monomio sia un quadrato di segno opposto</p> $a^2 + 6a + 9 - x^2 = (a + 3)^2 - x^2 = (a + 3 + x)(a + 3 - x)$ $25y^2 - 4a^2 + 4ax - x^2 = (5y)^2 - (2a - x)^2 = (5y + 2a - x)(5y - 2a + x)$ $-25a^4 + 20a^2b - 4b^2 + 16b^2 = (4b)^2 - (5a^2 - 2b)^2 = (4b + 5a^2 - 2b)(4b - 5a^2 + 2b)$

POLINOMIO P(x)

RACCOGLIMENTO TOTALE

$$25ax^3 + 30a^2x^2 - 15a^3x + 5a^4 = 5a(5x^3 + 6ax^2 - 3a^2x + a^3)$$

$$P(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0$$

Se esiste un monomio x_0 tale che $P(x_0) = 0$ segue

$$P(x) = (x - x_0)(b_{n-1}x^{n-1} + b_{n-2}x^{n-2} + \dots + b_1x + b_0)$$

$$x_0 = \frac{\text{divisore di } a_0}{\text{divisore di } a_n}$$

	a_n	a_{n-1}	\dots	\dots	a_1	a_0
x_0		$x_0 \cdot a_n = c_{n-1}$	\dots	\dots	$x_0 \cdot b_1 = c_1$	$x_0 \cdot (b_0) = -a_0$
	$a_n = b_{n-1}$	$a_{n-1} + c_{n-1} = b_{n-2}$	\dots	b_1	$a_1 + c_0 = b_0$	0

RUFFINI

$$P(x) = 2x^3 - 3x^2 - 1x + 4$$

- i possibili numeri tali che $P(x) = 0$ sono $\pm 1, \pm 2, \pm 4, \pm \frac{1}{2}$,
- li sostituiamo a x nel polinomio

$$P(+1) = 2(+1)^3 - 3(+1)^2 - (+1) + 4 = +2 \neq 0 \quad (x-1) \text{ non è divisore}$$

$$P(-1) = 2(-1)^3 - 3(-1)^2 - (-1) + 4 = 0 \quad \text{Il polinomio } P(x) \text{ è divisibile per } (x+1)$$

- Eseguiamo la divisione utilizzando la Regola di Ruffini.

	2	-3	-1		$+4$
-1		$-1 \cdot 2 = -2$	$-1 \cdot (-5) = +5$		$-1 \cdot (+4) = -4$
	2	-5	$+4$		0

$$P(x) = (x + 1)(2x^2 - 5x + 4)$$